Planche de TD n°4

Économie de l'innovation et macroéconomie

Exercice 1 : Effet de réseau et piratage

On considère une entreprise en monopole produisant (sans coût) un logiciel informatique. Les consommateurs diffèrent dans leur valorisation de l'assistance (hot line, service d'aide à l'utilisation...) vendue avec ce logiciel. On suppose qu'il y a deux types de consommateurs :

- les consommateurs de type A qui valorisent cette assistance.
- les consommateurs indépendants (type I) qui ne retirent aucune utilité de l'assistance (parce qu'ils savent...).

On suppose qu'il existe η consommateurs (identiques) de chaque type. Chaque consommateur a trois options : acheter le logiciel, le pirater ou ne pas l'utiliser. En cas de piratage, le consommateur ne paie pas pour le logiciel, mais ne profite pas non plus de l'assistance.

Soit q le nombre d'utilisateurs du logiciel, c'est-à-dire le nombre de consommateurs qui l'utilisent, légalement ou non. Notons que q est possiblement différent du nombre de logiciels vendu par le monopole (à cause du piratage) et que, les consommateurs de chaque type étant identiques, q ne peut prendre que 3 valeurs : 0, η et 2η. On suppose enfin que l'utilité retirée par un consommateur de l'utilisation de ce logiciel dépend du nombre total de consommateurs qui l'utilisent. On parle d'effet de réseau.

Formellement, le surplus obtenu par un consommateur de type A s'écrit :

$$U_A \quad = \quad \begin{cases} (1+\sigma)q - p & \text{s'il achète le logiciel} \\ q & \text{s'il pirate le logiciel} \\ 0 & \text{s'il n'utilise pas le logiciel} \end{cases}$$

où p est le prix fixé par le monopole et $\sigma > 0$ mesure la valeur de l'assistance pour les consommateurs de type A.

Par définition, les consommateurs de type I ne retirent pas d'utilité de l'assistance. Le surplus d'un consommateur de ce type est donc :

$$U_I \quad = \quad \begin{cases} q - p & \text{s'il achète le logiciel} \\ q & \text{s'il pirate le logiciel} \\ 0 & \text{s'il n'utilise pas le logiciel} \end{cases}$$

Le but de cet exercice est d'analyser sous quelle condition, le monopole a intérêt à protéger son logiciel contre le piratage.

On suppose d'abord que le monopole ne protège pas son logiciel.

1. Quel est alors le choix optimal pour un consommateur indépendant (type I)?
2. Ce faisant, pour quel(s) niveau(x) de prix, (tous) les consommateurs de type A préfèrent-ils acheter le logiciel? [**Rappel :** q représente le nombre d'utilisateurs (payants ou non), et les consommateurs étant identiques, il vaut 0, η ou 2η]
3. Quel est donc le prix optimal fixé par le monopole? Et que vaut son profit à l'optimum?
[**Rappel :** On suppose les coûts de production nuls.]

4. Montrer que le surplus des deux types de consommateurs est égal à l'optimum.

Étudions maintenant le cas où le monopole protège son logiciel, dont le piratage devient maintenant **impossible**. On a alors :

$$U_A = \begin{cases} (1+\sigma)q - p & \text{s'il achète le logiciel} \\ 0 & \text{s'il n'utilise pas le logiciel} \end{cases} \qquad U_I = \begin{cases} q - p & \text{s'il achète le logiciel} \\ 0 & \text{s'il n'utilise pas le logiciel} \end{cases}$$

5. Quel est le prix maximal acceptable pour chacun des deux types de consommateurs?
6. Quel est donc le prix optimal lorsque :
   - le monopole cherche à vendre aux consommateurs des deux types,
   - le monopole se concentre sur les consommateurs de type A.
7. En conclure que le monopole préfère se concentrer sur les consommateurs de type A si σ est suffisamment grand. Commenter.
8. En comparant les profits obtenus aux questions 3 et 7, déterminer sous quelle condition le profit du monopole est plus élevé quand il ne protège pas son logiciel.
9. Expliquer ce résultat. Que gagne le monopole en ne protégeant pas son logiciel?

Exercice 2 : Capital humain et croissance économique (examen 2022)

Dans un article de 1992, Gregory Mankiw, David Romer et David Weil montrent que l'ajout du capital humain (c'est à dire, grossièrement, le niveau de qualification des travailleurs) au modèle de Solow permet d'améliorer les performances empiriques du modèle. Ils démontrent que le niveau de revenu d'un pays peut s'écrire de la forme :

$$Y = K_t^{\alpha} H_t^{\beta} (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta} \qquad \alpha, \beta, \alpha+\beta \in (0,1)$$

où Y représente la production, K le stock de capital physique, H le stock de capital humain, L le travail et A le niveau technologique.

La population croît au taux n, et le niveau technologique au taux g. On suppose qu'une partie constante du revenu s_K est investie en capital physique et qu'une partie constante du revenu s_H est investie en capital humain. Capital physique et humain se déprécient au taux δ. On en déduit

$$\dot{K}_t = s_K Y_t - \delta K_t$$
$$\dot{H}_t = s_H Y_t - \delta H_t$$

1. Par quel type de rendements d'échelle est caractérisée cette fonction de production (on rappelle qu'ils peuvent être constants, croissants, ou décroissants) ?
2. Les facteurs de production sont donc rémunérés à leur productivité marginale. Donnez le taux de salaire w_t, le prix des qualifications $w_{H,t}$, et le taux de rendement du capital r_t. Sachant qu'un travailleur offre son travail plus ses qualifications, quel est la part de la production allant aux travailleurs ?
3. Dans le monde réel, certains travailleurs sont qualifiés, et d'autres le sont moins. Si l'on mesure les inégalités de revenu par l'indice suivant :

$$\frac{\text{Rémunération du travail qualifié (salaire + prime de qualification)}}{\text{Rémunération du travail non qualifié}}$$

D'après le modèle, quel est l'effet d'une hausse du niveau de qualification sur les inégalités de revenu?

4. Soient $y = \frac{Y}{AL}$, $k = \frac{K}{AL}$, et $h = \frac{H}{AL}$ les variables en unités de travail effectives. Écrivez la fonction d'accumulation du capital par unité de travail effective comme une fonction de k_t et h_t. Même chose pour le capital humain.

5. Soient k^* et h^* les valeurs d'état stationnaire de k et de h. Démontrez que

$$k^* = \left(\frac{s_K^{1-\beta} s_H^{\beta}}{n+g+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$
$$h^* = \left(\frac{s_K^{\alpha} s_H^{1-\alpha}}{n+g+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

6. Quels sont les effets d'une augmentation de la part du revenu dédiée aux dépenses d'éducation s_H sur le niveau de vie Y/L et sa croissance à l'état stationnaire ?